**Определения**

**1. Сформулируйте определение окрестности точки x ∈ R**

Окрестностью U(x) точки х∈ R называется любой интервал, содержащий эту точку.

**2. Сформулируйте определение ε-окрестности точки x ∈ R**

Ε-Окрестностью Ue(x) точки х ∈ R, E > 0 называется интервал (х-E, x+E)

**3. Сформулируйте определение окрестности +∞.**

Окрестностью +∞ называется интервал от b (любое действительное число) до +∞

**4. Сформулируйте определение окрестности −∞.**

Окрестностью -∞ называется интервал от -∞ до a (любое действительное число)

**5. Сформулируйте определение окрестности ∞.**

Окрестностью ∞ называется объединение интервалов -∞ до -a и от а до +∞, a > 0

**6. Сформулируйте определение предела последовательности.**

Число a называется пределом последовательности {Xn}, если для любого

ε > 0, существует число N = N(ε), такое что для любого n > N выполняется неравенство | a - Xn | < ε.

**7. Сформулируйте определение сходящейся последовательности.**

Последовательность, у которой существует предел, называется сходящейся.

**8. Сформулируйте определение ограниченной последовательности.**

Множество х называется ограниченным сверху, если существует число С1 ∈ R такое, что для любого х∈ Х выполняется неравенство х<=C1

Множество х ⊂ R называется ограниченным снизу если существует такое число С2 ∈ R такое, что для всех членов х ∈ Х выполняется неравенство х>= С2

Множество х ⊂ R называется ограниченным если оно ограничено и сверху, и снизу.

**9. Сформулируйте определение монотонной последовательности.**

Последовательность {Хn}, которая является возрастающей, убывающей, возрастающей, неубывающей называется монотонной последовательностью

**10. Сформулируйте определение возрастающей последовательности**.

Последовательность {Хn} называется возрастающей, если при любом n =1,2…  выполняется неравенство Хn+1 > Xn

**11. Сформулируйте определение убывающей последовательности**

Последовательность {Хn} называется убывающей, если при любом n =1,2…  выполняется неравенство Хn+1 < Xn

**12. Сформулируйте определение невозрастающей последовательности**

Последовательность {Хn} называется убывающей, если при любом n =1,2…  выполняется неравенство Хn+1 <= Xn

**13. Сформулируйте определение неубывающей последовательности**

Последовательность {Хn} называется возрастающей, если при любом n =1,2…  выполняется неравенство Хn+1 >= Xn

**14. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности.**

Последовательность {Xn} называется фундаментальной, если для любого

ε > 0, существует число N = N(ε), такое что для любого n > N и m > N выполняется неравенство

| Xn - Xm | < ε

**15. Сформулируйте критерий Коши существования предела последовательности.**

Для того, чтобы последовательность была сходящейся необходимо и достаточно,

чтобы она была фундаментальной.

**16. Сформулируйте определение по Гейне предела функции.**

Пусть функция f(x) определена в проколотой окрестности U(x0) точки x0. Число a называется пределом функции f(x) при x-> x0, если для любой последовательности {Xn} точек из U (x0) для которой lim Xn= x0 (n->∞)выполняется равенство lim f(Xn)=a (n->**∞**)

**17. Сформулируйте определение бесконечно малой функции**.

Функция fi(x) называется бесконечно малой при х->x0, если lim fi(x)=0 (x->x0)

**18. Сформулируйте определение бесконечно большой функции.**

Функция f(x), определенная в некоторой проколотой окрестности точки Х0 U(x0), называется бесконечно большой при x->x0, если lim |f(x)|= +∞ (x->x0).

**19.Сформулируйте определение бесконечно малых функций одного порядка.**

Если lim (α1(x)/α2(x))=c(x->x0); c= const, c≠ 0, то α1(х) и α2(x) б.мю одного порядка малости α1(x)= Oα(x) при х->x0 или α2(x)= Oα1(x) при х->x0

**20. Сформулируйте определение несравнимых бесконечно малых функций.**

**21. Сформулируйте определение эквивалентных бесконечно малых функций.**

α1(x) и α2(x) определены в проколотой окрестности в т. х0 и не обращаются в 0 в этой окрестности. Пусть α1(x) и α2(x) это б.м. при x->x0. Если lim (α1(x)/α2(x))=1c(x->x0); c= 1 то α1(x) ≈ (эквивалентно) α2(x), при х->x0

**22. Сформулируйте определение порядка малости одной функции относительно другой.**

α1(x) и α2(x) определены в проколотой окрестности в т. х0 и не обращаются в 0 в этой окрестности. Пусть α1(x) и α2(x) это б.м. при x->x0. Если Если lim (α1(x)/α2(x))=0(x->x0); то α1(x) является б.м. большего порядка относительно б.м. α2(x) при x->x0 α1(x)= o (α2(x)) (о малое)при х->x0

**23. (1 балл) Сформулируйте определение приращения функции.**

Аргументу функции X0 соответствует значение функции f(x0) . а аргументу x значение функции f(x). Разность

x - x0 (Δx = x-x0) называется приращением аргумента и функции, а разность f(x) и f(x0) (Δf(x) = f(x)-f(x0)) или

с учетом x = x0+Δx, Δf(x) = f(x0+Δx) - f(x0) называют приращением функции соответствующим приращением функции от Δx.

**24. ч Сформулируйте определение непрерывности функции в точке (любое).**

Пусть функция f(x) определена в окрестности в точке x0 ( U (x0) ). Функция f(x) называется непрерывной в точке x = x0,

если для любого ε > 0 существует **δ = δ(**ε**)** , что для всех x, для которых |x-x0| < ε выполняется неравенство

|f(x)-f(x0)| < ε . Из этого определения следует f(x0) = lim(f(x)), x → x0

**25. Сформулируйте определение непрерывности функции на интервале.**

Пусть функция f(x) определена на отрезке I. Функция f(x) называется непрерывной на интервале I

если она непрерывна в каждой точке этого интервала.

**26. Сформулируйте определение непрерывности функции на отрезке.**

Пусть функция f(x) определена на отрезке [a;b].

Функция f(x) называется непрерывной на отрезке [a;b], если она непрерывна во всех точках этого отрезка.

Непрерывна справа в левом конце отрезка точки a и непрерывна слева в правом конце точки b.

**27. Сформулируйте определение точки разрыва**

Точка x = x0 называется точкой разрыва функции f(x), если в этой точке функция f(x) не является непрерывной.

**28. Сформулируйте определение точки устранимого разрыва.**

Точка x = x0 называется точкой разрыва типа устранимого разрыва, если существует конечные левосторонний и правосторонний пределы функции f(x) при x → x0 и они равны.

**29. Сформулируйте определение точки разрыва I рода.**

Точка x = x0 называется точкой разрыва I рода функции f(x) , если существуют конечные левосторонний

и правосторонний пределы f(x) при x → x0

**30. Сформулируйте определение точки разрыва II рода**

Точка x = x0 называется точкой разрыва II рода функции f(x) , если хотя бы й из левостороннего

или правостороннего пределов функции f(x) при x → x0 равен ∞ или не существует.

**Теоремы**

**1. Сформулируйте теорему об ограниченности сходящейся числовой последовательности.**

Всякая сходящаяся последовательность ограничена.

**2. Сформулируйте теорему о связи функции, ее предела и бесконечно малой.**

Пусть ф-ия f(x) определена в проколотой окрестности точки в т. х0 U(x0) равенство lim f(x)\*a (x->x0); a=const существует тогда и только тогда,когда ф-цию f(x) можно представить в виде f(x)= a + α(x), где α(x) это б.м. при х->x0

**3. Сформулируйте теорему о сумме конечного числа бесконечно малых функций.**

Пусть ф-ции α1(x),α2(x)... αn(x) определены в проколотой окрестности в т х0 U(х0) и являются б.м. при х->х0. Тогда их сумма α(х)= α1+(x)+α2(x)+... +αn(x) . является б.м. при x ->х0

**4. Сформулируйте теорему о произведении бесконечно малой на ограниченную функцию.**

Пусть ф-ции α(x) и f (x) определены в проколотой окрестности точки в т. х0 U(x0). Пусть f(x) ограничена в проколотой окрестности в т. Х0 U(X0). Пусть ф-ция α(x) это б.м. при х ->x0. Тогда произведение α(x)\*f(x)- б.м. при x->x0

**5. Сформулируйте теорему о связи бесконечно малой и бесконечно большой функций.**

Пусть ф-ция α(x) определена в проколотой окрестности точки в т. х0 U(x0) и не обращается в 0 ни в одной точке этой окрестности. Ф-ция α(x) является б.м. при х ->x0, тогда и только тогда, когда бета(х)=(1/α(x)) является б.б. при x->x0

**6. Сформулируйте теорему о необходимом и достаточном условии эквивалентности бесконечно малых.**

Пусть ф-ции α1(x) и α2(x) определены в проколотой окрестности в т х0 U(х0) и не обращаются в 0 в этой окрестности. Пусть α1(x) и α2(x) б.м. при x->x0, для того,чтобы ф-ции α1(x) и α2(x) были эквивалентными и б.м. при х->x0 необходимо и достаточно, чтобы разность этих ф-ций была б.м. большего порядка малости по сравнению с каждой из них при х->x0

**7. Сформулируйте теорему о сумме бесконечно малых разных** порядков.

Пусть ф-ции α1(x),α2(x)... αn(x)и fi(x) определены в проколотой окрестности в т х0 U(х0), не обращаются в 0 в этой окрестности и являются б.м. при х->х0. Пусть αi(x)- это б.м. порядка малости Ki от-но fi(x) при x->x0, i = 1,2,3…n. При этом K1, K2…Kn попарно различны, тогда сумма α1(х) + α2(х)...αn(x) (1<=i<=n) будет эквивалентна б.м. αi(x)- y которой порядок малости относительно ф-ции fi(x) меньше.